

**Modelos de regressão para estimativa do crescimento de frutos de
macieira pouco exigentes em frio**

**Regression models for estimating the growth of undemanding apple
trees in cold weather**

**Modelos de regresión para estimar el crecimiento de manzanos poco
exigentes en climas fríos**

DOI: 10.55905/oelv22n4-095

Originals received: 03/15/2024

Acceptance for publication: 04/01/2024

Vinicius de Souza Oliveira

Doutor em Agronomia

Instituição: Centro de Ciências Agrárias e Engenharias da Universidade Federal do
Espírito Santo (CCAE - UFES)

Endereço: Alegre, Espírito Santo, Brasil

E-mail: souzaoliveiravini@gmail.com

Edilson Romais Schmidt

Doutor em Genética e Melhoramento

Instituição: Centro Universitário Norte do Espírito Santo da Universidade Federal do
Espírito Santo (CEUNES - UFES)

Endereço: São Mateus, Espírito Santo, Brasil

E-mail: e.romais.s@gmail.com

Karina Tiemi Hassuda dos Santos

Mestre em Agricultura Tropical

Instituição: Centro Universitário Norte do Espírito Santo da Universidade Federal do
Espírito Santo (CEUNES - UFES)

Endereço: São Mateus, Espírito Santo, Brasil

E-mail: karinahassuda@gmail.com

Gleyce Pereira Santos

Mestre em Agricultura Tropical

Instituição: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF)

Endereço: Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil

E-mail: gleyce.gps@hotmail.com

Omar Schmildt

Doutor em Produção Vegetal
Instituição: EEEFM Armando Barbosa Quitiba
Endereço: Sooretama, Espírito Santo, Brasil
E-mail: omarschmildt@gmail.com

Renan Garcia Malikouski

Doutor em Genética e Melhoramento
Instituição: Universidade Federal de Viçosa (UFV)
Endereço: Viçosa, Minas Gerais, Brasil
E-mail: renan_malikouski@hotmail.com

Sara Dousseau-Arantes

Doutora em Agronomia área de concentração em Fisiologia Vegetal
Instituição: Instituto Capixaba de Pesquisa, Assistência Técnica e Extensão Rural
Endereço: Linhares, Espírito Santo, Brasil
E-mail: saradousseau@gmail.com

RESUMO

Objetivou-se a partir deste estudo gerar equações a partir de modelos matemáticos para estimar de forma não destrutiva a massa de frutos de macieira (*Malus domestica* Borkh) das cultivares Eva, Julieta e Princesa a partir das dimensões do diâmetro e do comprimento. Para tanto, um total de 390 frutos (130 de cada cultivar) foram utilizados. De todos os frutos, obteve-se o maior diâmetro (D) em mm, o maior comprimento (C) em mm e massa observada (MO) em g. Ajustou-se regressão de modelo linear de primeiro grau e potência e seu respectivo coeficiente de determinação (R^2) para todas as cultivares, onde MO foi usado como variável dependente em função de D e C como variáveis independentes. A partir dos modelos obtidos, validou-se as equações calculando os valores do erro absoluto do erro (EAM), a raiz quadrada média do erro (RQME) e o índice Willmott (d). Para escolha dos melhores modelos, utilizou-se o EAM e a RQME mais próximos de zero, índice d mais próximo de um e R^2 acima de 0,90. A massa dos frutos de macieira pode ser prevista pelo modelo potência através do maior diâmetro dos frutos pela equação $ME = 0,0064(D)^{2,3780}$ para cv. Eva, $ME = 0,0054(D)^{2,4015}$ para cv. Julieta e $ME = 0,0041(D)^{2,4716}$ para cv. Princesa. Em caso de necessidade, a equação de modelo potência $ME = 0,0051(D)^{2,4150}$ pode ser usada para estimar de forma conjunta a massa das cultivares Julieta e Princesa a partir do maior diâmetro.

Palavras-chave: *Malus domestica* Borkh, métodos não destrutivos, Eva, Julieta, Princesa.

ABSTRACT

The aim of this study was to generate equations using mathematical models to estimate in a non-destructive way the mass of apple fruit (*Malus domestica* Borkh) of the cultivars Eva, Julieta and Princesa from the dimensions of diameter and length. To this end, a total of 390 fruits (130 from each cultivar) were used. Of all fruits, the largest diameter (D) in

mm, the largest length (C) in mm and the observed mass (MO) in g were obtained. First-degree linear model regression and power and respective coefficient of determination (R²) were adjusted for all cultivars, where MO was used as a dependent variable in function of D and C as independent variables. From the models obtained, the equations were validated by calculating the values of the absolute error error (EAM), the average square root of the error (RQME) and the Willmott index (d). To choose the best models, the EAM and RQME closest to zero, index d closest to one and R² above 0.90 were used. The mass of the apple tree fruit can be predicted by the power model using the largest diameter of the fruit according to equation $ME = 0,0064(D)^{(2,3780)}$ for cv. Eva, $ME = 0,0054(D)^{(2,4015)}$ for cv. Juliet and $ME = 0,0041(D)^{(2,4716)}$ for cv. Princess. In case of need, the model equation power $ME = 0.0051(D)^{(2.4150)}$ can be used to jointly estimate the mass of the Juliet and Princessa cultivars from the largest diameter.

Keywords: Malus domestica Borkh, non-destructive methods, Eva, Juliet, Princess.

RESUMEN

El objetivo de este estudio fue generar ecuaciones utilizando modelos matemáticos para estimar de manera no destructiva la masa de manzano (*Malus domestica* Borkh) de los cultivares Eva, Julieta y Princesa a partir de las dimensiones de diámetro y longitud. Para ello, se utilizaron un total de 390 frutos (130 de cada cultivar). De todos los frutos se obtuvo el mayor diámetro (D) en mm, la mayor longitud (C) en mm y la masa observada (MO) en g. Se ajustó la regresión del modelo lineal de primer grado, la potencia y el respectivo coeficiente de determinación (R²) para todos los cultivares, donde el MO se utilizó como variable dependiente en función de D y C como variables independientes. A partir de los modelos obtenidos, las ecuaciones fueron validadas calculando los valores del error absoluto (EAM), la raíz cuadrada promedio del error (RQME) y el índice de Willmott (d). Para elegir los mejores modelos se utilizaron los EAM y RQME más cercanos a cero, el índice d más cercano a uno y R² por encima de 0,90. La masa del fruto del manzano puede predecirse mediante el modelo de potencia utilizando el diámetro mayor del fruto de acuerdo con la ecuación $ME = 0,0064(D)^{(2,3780)}$ para cv. Eva, $ME = 0,0054(D)^{(2,4015)}$ para cv. Julieta y $ME = 0,0041(D)^{(2,4716)}$ para cv. Princesa. En caso de necesidad, puede utilizarse la ecuación modelo power $ME = 0.0051(D)^{(2.4150)}$ para estimar conjuntamente la masa de los cultivares Julieta y Princesa a partir del diámetro mayor.

Palabras clave: *Malus domestica* Borkh, métodos no destructivos, Eva, Julieta, Princesa.

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento do padrão de crescimento dos frutos é de grande importância em estudos fisiológicos, pois eles exercem relação fonte-dreno com a planta, assim essa é

uma característica fundamental no entendimento do uso eficiente dos recursos hídricos e na aplicação de fertilizantes, auxiliando no manejo dos tratos culturais e consequentemente refletindo na qualidade e produtividade da cultura (Grossman; de Jong, 1995; Spreer *et al.*, 2009).

O uso de modelos de regressão matemáticas para estimar a massa dos frutos é um método que relaciona características de difícil avaliação como a massa dos frutos com características de fácil aferição como a largura, comprimento e diâmetro, obtendo equações simples e precisas que estimem a massa dos frutos de forma não destrutiva (Jorquera-Fontena *et al.*, 2017). Estudos que busquem a modelagem dos frutos para estimar sua massa de diferentes espécies frutíferas vem sendo relatados na literatura como para bananeira cv. prata anã (Zucoloto *et al.*, 2013), blueberry (Jorquera-Fontena *et al.*, 2017) e uva (Miranda *et al.*, 2017).

Em relação a macieira (*Malus domestica* Borkh), ela é uma cultura que possui dormência de suas gemas, sendo necessário o acúmulo de horas em baixa temperatura para essa dormência ser superada e a planta poder produzir (Petri; Leite, 2008). Porém, novas cultivares, menos exigentes a baixas temperaturas estão sendo desenvolvidas. Entre elas, podemos citar a cultivar Eva, que produz frutos doces, pouco ácidos, com casca vermelho-alaranjado e formato cônico, a cultivar Julieta, que possui frutos com sabor adocicado, levemente ácido, com frutos superando as 150 gramas e a cultivar Princesa, com polpa firme, com aspecto crocante, sabor levemente ácido, coloração vermelho-rajado e frutos com tamanho médio (Lopes *et al.*, 2013a). Entretanto, pouco se sabe sobre os padrões de crescimento dos frutos destas cultivares.

Para o mercado consumidor a combinação dos atributos físicos como o diâmetro, massa e cor aliado as características químicas como, teor de sólidos solúveis e acidez titulável definem a qualidade de frutos de macieira onde os melhores são destinados ao mercado *in natura* e aqueles de baixa qualidade utilizados para a industrialização (Chitarra; Chitarra, 2005, Oliveira *et al.*, 2017).

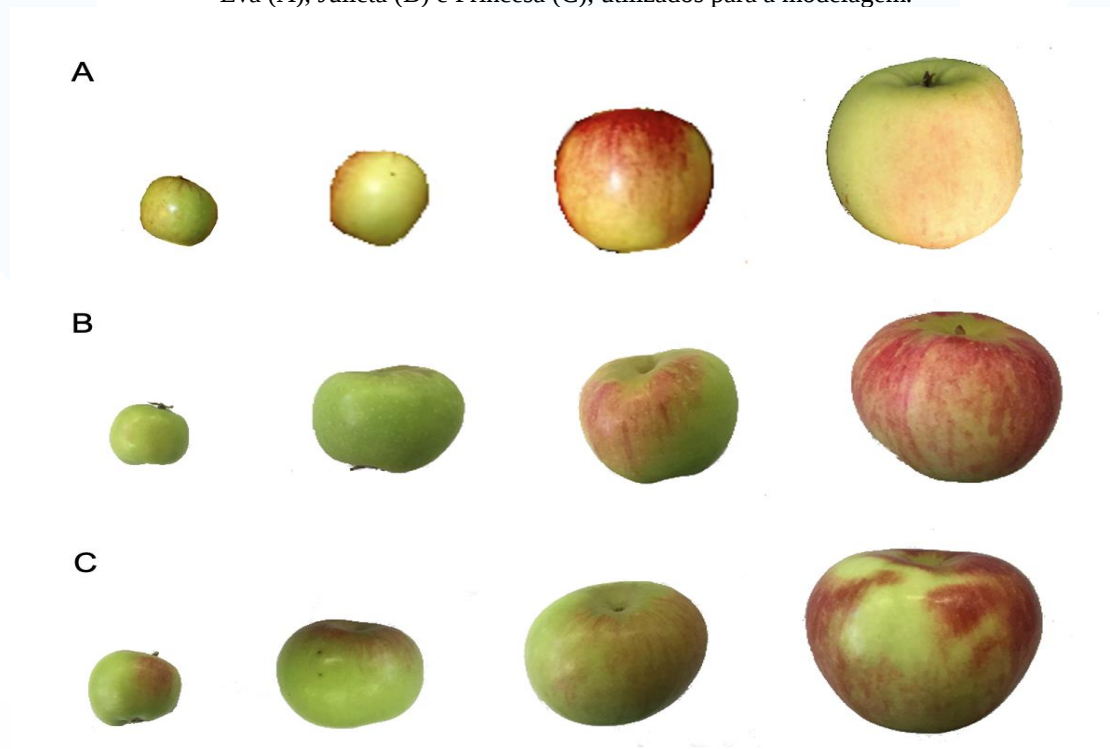
Assim, o objetivou-se por este estudo obter equações a partir de modelos de regressão matemática que estime de forma simples e não destrutiva a massa de frutos de

macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa a partir das dimensões do diâmetro e do comprimento.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Um total de 390 frutos de macieira (*Malus domestica* Borkh) de diferentes estádios de desenvolvimento (Figura 1) das cultivares Eva, Julieta e Princesa (130 de cada cultivar), foram coletados em plantas de lavoura comercial do sítio Boa Vista situado no município de Montanha, Norte do Estado do Espírito Santo, Brasil, com as seguintes coordenadas geográficas: 18° 07' 48'' de Latitude Sul e 40° 13' 08'' de Longitude Leste. O clima da região segundo a classificado de Köppen é do tipo tropical Aw com inverno seco e predomínio de chuva no verão (Alvares *et al.*, 2014).

Figura 1. Representação de frutos de diferentes estádios de desenvolvimento de macieira das cultivares Eva (A), Julieta (B) e Princesa (C), utilizados para a modelagem.

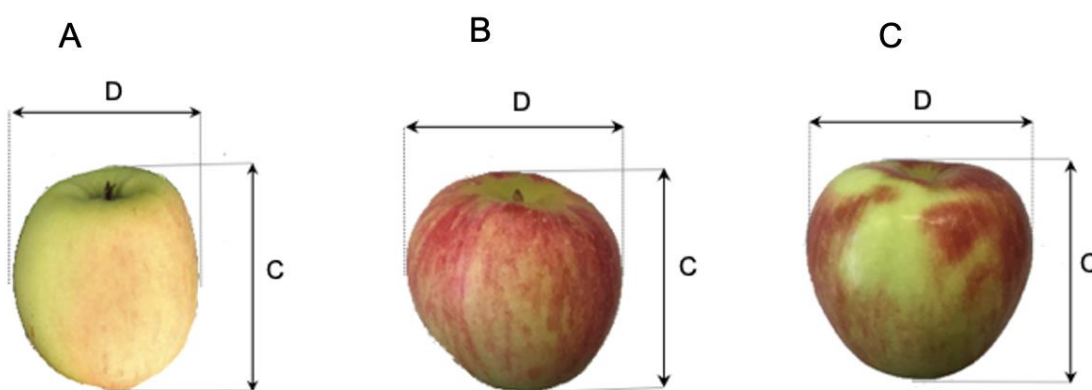


Fonte: Autores.

As plantas foram espaçadas em 4 m entre fileira e 1,5 m entre si, conforme recomendado por Lopes *et al.* (2013b). A adubação da cultura foi feita com o adubo orgânico Minho Fértil[®]. Os tratos fitossanitários e o controle de plantas daninhas foram realizadas conforme a necessidade. O sistema de irrigação empregado no pomar foi do tipo localizado, com microjet de vazão de 20 L/h e turno de rega de 1 h por dia.

A coleta dos frutos foi realizada em quatro épocas distintas, sendo elas: dezembro de 2017, setembro de 2018, janeiro de 2019 e março de 2019. Os frutos, para cada época de coleta, foram armazenados em caixa de papelão e transportados para laboratório. Determinou-se, de cada fruto, o maior diâmetro (D) em mm e o maior comprimento (C) em mm, ambas as medidas foram obtidas com paquímetro digital (Fowler[®]) (Figura 2). A massa observada (MO) dos frutos, em g, foi definida com auxílio de balança eletrônica de precisão (MARTE[®]). Os dados foram tabulados com o uso do programa Microsoft Office Excel[®] (Levine *et al.*, 2017). Posteriormente, os dados foram submetidos a análise pela estatística descritiva obtendo-se os valores mínimos, máximos, médios, amplitude e coeficiente de variação (CV) (em %).

Figura 2. Representação da medida do maior diâmetro (D) e do maior comprimento (C) de frutos de macieira das cultivares Eva (A), Julieta (B) e Princesa (C).



Fonte: Autores.

Para a modelagem, primeiramente para cada cultivar de forma individual (Eva, Julieta e Princesa) baseado em uma amostra de 100 frutos por cultivar, ajustou-se duas equações de modelo linear de primeiro grau representado por $ME = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ e duas

equações de modelo potência representado por $ME = \hat{\beta}_0 x^{\hat{\beta}_1}$, onde MO foi utilizada com variável dependente (y) em função do D e do C como variáveis independentes (x), sendo obtidas quatro equações por cultivar e doze equações no total. Posteriormente, verificou-se a possibilidade do uso de uma única equação para cada modelo que estime a massa dos frutos das três cultivares de forma conjunta por meio da análise de covariância (JORQUERA-FONTENA *et al.*, 2017), onde foi testado a similaridade dos parâmetros $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ pelo teste *t* de student a 5% de probabilidade. Para isso, os mesmos 100 frutos dos ajustes individual foram utilizados. Os parâmetros $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ foram estimados através do método dos mínimos quadrados com pré linearização do modelo potência por transformação logarítmica de base 10 (log) para as variáveis, dependentes e independentes: $\log(y) = \log(\beta_0) + \beta_1 \log(x)$. Para cada equação obteve-se o coeficiente de determinação (R^2) conforme Souza (1998).

Validou-se cada equação gerada na modelagem com uma amostra de frutos separados aleatoriamente para esta finalidade, onde os valores de D e C foram substituídos nas equações da modelagem obtendo assim a massa estimada (ME) por cada equação em g. Para a validação dos modelos propostos individualmente para cada cultivar e para os modelos propostos em conjunto com mais de uma cultivar, utilizou-se 30 frutos, de diferentes tamanhos, para cada cultivar analisada. Assim, determinou-se o erro absoluto médio (EAM) pela equação: $EAM = \frac{\sum_{i=1}^n |ME_i - MO_i|}{n}$; a raiz do quadrado média do erro (RQME) pelas equação: $RQME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (ME_i - MO_i)^2}{n}}$ e o índice de Willmott (d) (Willmott, 1981) pela equação: $d = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (ME_i - MO_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|ME_i - \overline{MO}| + |MO_i - \overline{MO}|)^2} \right]$ em que, ME são os valores estimados da massa dos frutos pelas equações propostas; MO são os valores observados da massa dos frutos; $\overline{MO}$ é a média dos valores da massa observada dos frutos; n é o número de frutos usadas na validação, sendo n = 30 frutos para cada cultivar no presente estudo.

Como critério de seleção do melhor modelo que estime a massa dos frutos de macieira da cultivares Eva, Julieta e Princesa, adotou-se: valores de EAM e RQME mais próximos de zero (Schwab *et al.*, 2014), índice d com maior proximidade ao valor unitário

(Willmott, 1981) e valor do coeficiente de determinação (R^2) acima de 0,90 (Rojas-Lara *et al.*, 2008). Todas as análises estatísticas e a elaboração dos gráficos foi realizadas pelo *software* R versão 3.6.1. (R Core Team, 2019), com o auxílio do ambiente RStudio versão 1.2.1335.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na tabela 1, é possível verificar que a massa dos frutos variou de 3,57 a 159,35 g para a cultivar Eva, 2,27 a 245,05 g para a cultivar Julieta e de 0,49 a 217,95 g para a cultivar Princesa. Percebe-se também, que as três cultivares atingiram massa superior a 100 g para os frutos com pleno desenvolvimento, sendo esse um bom indicador de qualidade de frutos de macieira (Santos *et al.*, 2007; Chagas *et al.*, 2012). Em relação ao padrão crescimento dos frutos, note, que a cultivar Eva apresentou maior comprimento em relação ao diâmetro, conferindo formato alongado aos frutos (Figura 2A), enquanto que para as cultivar Julieta e Princesa o formado observado foi o achatado (Figura 2B e Figura 2C), com comprimento inferior ao diâmetro.

Tabela 1. Valores mínimos, máximos, médios, amplitude e de coeficiente de variação (CV) das variáveis diâmetro (D), comprimento (C) e massa observada (MO) de 100 frutos de frutos de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa usadas para a modelagem

Variável	Unidade	Mínimo	Máximo	Média	Amplitude	CV (%)
100 frutos de macieira cv. Eva usados para a modelagem						
D	mm	17,85	72,47	50,41	54,62	31,33
C	mm	8,32	82,69	53,59	74,37	32,07
MO	g	3,57	159,35	82,01	155,78	58,65
100 frutos de macieira cv. Julieta usados para a modelagem						
D	mm	15,04	81,01	55,98	65,97	30,77
C	mm	18,70	83,32	54,52	64,62	27,14
MO	g	2,27	245,05	97,34	242,78	52,49
100 frutos de macieira cv. Princesa usados para a modelagem						

D	mm	8,05	78,90	52,36	70,85	35,17
C	mm	11,72	72,32	51,33	60,60	31,30
MO	g	0,49	217,95	87,96	217,46	56,61

Fonte: Autores.

Houve alta variabilidade dos dados amostrais com valores do coeficiente de variação (CV) variando de 27,14 a 58,65%. Estes valores estão dentro do intervalo definido por Pimentel-Gomes (2009) com altos ou muito altos. Porém, essa elevada variabilidade é desejável, já que representa a utilização de frutos de diferentes tamanhos, indicando que essa é uma amostra representativa da população, pois há frutos de estádios de desenvolvimento distintos (Figura 1). Assim, as equações propostas podem ser usadas durante todo o ciclo do crescimento dos frutos, já que a medida que os frutos aumentam seu tamanho, suas dimensões são alteradas, entretanto elas se mantêm equilibradas (Castelan-Estrada *et al.*, 2002). Essa constatação é importante, pois a macieira assim como em outras espécies frutíferas apresentam frutos de diversos estádios de desenvolvimento em uma mesma planta, assim não há necessidade de diversos ajustes para estimar a massa dos frutos de uma planta.

As doze equações ajustadas para estimar a massa em função do diâmetro ou do comprimento dos frutos das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa individualmente, estão representadas na Tabela 2. Note, que as equações de modelo potência geradas com o diâmetro dos frutos (equações 7, 9 e 11) apresentaram elevada relação entre as variáveis dependente (x) e independente (y) com coeficiente de determinação (R^2) superando 0,90, o que segundo Rojas-Lara *et al.* (2008) é bom indicativo de precisão para modelos que estime a massa de frutos. Porém, a aplicação de critérios estatísticos apropriados para a validação devem ser utilizados de forma rigorosa para definir qual o melhor modelo se ajusta ao crescimento dos frutos (Damatta; Ronchi; Maestri, 2007). Entretanto, estas mesmas equações se mostraram mais adequadas pelos critérios de validação com valores de erro absoluto médio (EAM) e raiz quadrada média do erro (RQME) com maior proximidade a zero e índice d de Willmott (Willmott, 1981)

mais próximo ao unitário o que indica modelos de regressão mais adequados (Schwab *et al.*, 2014).

Tabela 2. Equações de modelo linear de primeiro grau e potência ajustadas utilizando a massa observada em função do diâmetro (D) e do comprimento (C), coeficiente de determinação (R^2), erro absoluto médio (EAM), raiz quadrada média do erro (RQME) e índice de Willmott (d) obtidas individualmente para a estimativa a massa dos frutos das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa

Núm	Cult	Equação estimada	R^2	EAM	RQME	d
1	Eva	ME = $-69,10886 + 2,99793(D)$	0,9691	10,2666	13,9217	0,8793
2		ME = $-61,44316 + 2,67653(C)$	0,9148	10,4469	14,2058	0,8897
3	Julieta	ME = $-62,19728 + 2,85010(D)$	0,9229	10,7249	15,2060	0,8153
4		ME = $-81,0630 + 3,2720(C)$	0,8979	13,1548	17,2575	0,7743
5	Princesa	ME = $-47,47874 + 2,58683(D)$	0,9150	9,4892	12,3457	0,8703
6		ME = $-55,4571 + 2,7942(C)$	0,8128	22,8440	25,6793	0,4773
7	Eva	ME = $0,0064(D)^{2,3780}$	0,9764	6,3674	8,35425	0,9694
8		ME = $0,0163(C)^{2,1164}$	0,9083	9,5189	12,8194	0,9360
9	Julieta	ME = $0,0054(D)^{2,4015}$	0,9629	8,2141	11,8715	0,9260
10		ME = $0,0088(C)^{2,3053}$	0,9060	14,6279	18,6016	0,8145
11	Princesa	ME = $0,0041(D)^{2,4716}$	0,9756	8,2206	10,0553	0,9452
12		ME = $0,0283(C)^{2,0211}$	0,8036	26,6879	30,0146	0,4955

Núm = Número; Cult = Cultivar.

Fonte: Autores.

Após a análise de covariância pelo teste *t* de student, observou-se que dentre todos os modelos estudados, não foi possível o ajuste de apenas uma equação que estime a massa dos frutos das três cultivares (Eva, Julieta e Princesa) de forma conjunta (Tabela 3), esse fato, possivelmente pode ser explicado pelos diferentes formatos que os frutos das três cultivares possuem. Entretanto, pode-se verificar similaridade entre o modelo linear de primeiro grau baseado no diâmetro para as cultivares Eva e Julieta, linear de primeiro grau baseado no comprimento para as cultivares Eva e Princesa e potência baseado no diâmetro e no comprimento para as cultivares Julieta e Princesa, indicando

que não houve diferença estatística para os parâmetros $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ ($p > 0,05$) das equações ajustadas. Assim, para estes modelos ajustou-se uma única equação que estime a massa dos frutos das duas cultivares de forma conjunta.

O ajuste de uma única equação que estime a massa de frutos de mais que uma cultivar em alguns casos é mais desejável já que permite ao pesquisador o seu uso em experimentos que envolvam uma ampla gama de cultivares, facilitando na tomada dos dados. Porém, na prática isso nem sempre é possível já que diversos fatores bióticos e abióticos podem influenciar na relação das medidas dos frutos, entre eles estão, o genótipo, a idade da planta, local de plantio e condições edafoclimática (Jorquera-Fontena *et al.*, 2017). Assim, o desenvolvimento dos frutos pode diferir entre as cultivares de uma mesma espécie, tendo formato, massa e dimensões distintas, o que poderia acarretar em estimativas errôneas de seu crescimento caso uma única equação fosse utilizada para todas as cultivares.

Tabela 3. Apresentação do p valor na análise de covariância dos coeficientes linear ($\hat{\beta}_0$) e coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) das equações de modelo linear de primeiro grau e potência ajustadas com a massa observada em função da largura (L) e do comprimento (C) de frutos de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa

Modelo	Cultivar	Covariante	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$
$ME = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 L$	Eva	Julieta	0,221	0,146
	Eva	Princesa	<0,05	<0,05
	Julieta	Princesa	<0,05	<0,05
$ME = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 C$	Eva	Julieta	<0,05	<0,05
	Eva	Princesa	0,487	0,453
	Julieta	Princesa	<0,05	<0,05
$ME = \hat{\beta}_0(L)^{\hat{\beta}_1}$	Eva	Julieta	<0,05	<0,05
	Eva	Princesa	<0,05	<0,05
	Julieta	Princesa	0,342	0,271
$ME = \hat{\beta}_0(C)^{\hat{\beta}_1}$	Eva	Julieta	<0,05	<0,05
	Eva	Princesa	<0,05	<0,05
	Julieta	Princesa	0,791	0,719

Valores maiores de 0,05 indicam que o coeficientes linear ($\hat{\beta}_0$) e o coeficiente angular ($\hat{\beta}_1$) não diferem entre as equações pelo teste t de Student.

Fonte: Autores.

As quatro equações envolvendo mais de uma cultivar, ajustadas com 200 frutos e os critérios de validação com amostra de 60 frutos estão representadas na Tabela 4. Para as cultivares Eva e Julieta foi possível ajustar uma equação de modelo de linear de primeiro grau (equação 13) gerado com o maior diâmetro. Para as cultivares Eva e Princesa, o modelo linear de primeiro grau (equação 14) gerado a partir do comprimento se adequou na estimativa da massa dos frutos de ambas as cultivares. Verificou-se também, que para as cultivares Julieta e Princesa, foi possível ajustar duas equações para prever a massa dos frutos de forma conjunta, uma equação gerada com o diâmetro (equação 15) e outra com o comprimento (equação 16), ambas de modelo potência, porém a equação baseada em D se mostrou mais precisa com valores de EAM e RQME mais próximos a zero e valor de índice d de um.

As equações 13 e 14 e 16 apresentaram R^2 abaixo de 0,90 indicando que a variável dependente não se correlaciona de forma satisfatória com a massa dos frutos (Rojas-Lara *et al.*, 2008). Assim estas equações não devem ser utilizadas pois poderia gerar estimativa errôneas do crescimento dos frutos, superestimando os valores, principalmente dos frutos de menores dimensões devido ao elevado desvio encontrado, neste caso o uso das equações individuais é mais recomendado.

Tabela 4. Equações ajustadas de modelo linear de primeiro grau e potência para a determinação da massa de frutos forma conjunta de macieira das variedades Eva e Julieta, Eva e Princesa e Julieta e Princesa, coeficiente de determinação (R^2), erro absoluto médio (EAM), raiz do quadrado média do erro (RMSE) e índice de Willmott (d)

Núm	Cult	Equação	R^2	EAM	RQME	d
13	E/J	$ME = -65,27526 + 2,91304(L)$	0,8992	13,0663	17,3466	0,7934
14	E/P	$ME = -56,99447 + 2,70635(C)$	0,8467	15,8443	19,5423	0,7454
15	J/P	$ME = 0,0051(L)^{2,4150}$	0,9687	8,2620	11,2824	0,9485
16	J/P	$ME = 0,0149(C)^{2,1772}$	0,8564	20,7263	25,4527	0,6798

Núm = Número; Cult = Cultivar; E = Eva; J = Julieta; P = Princesa.

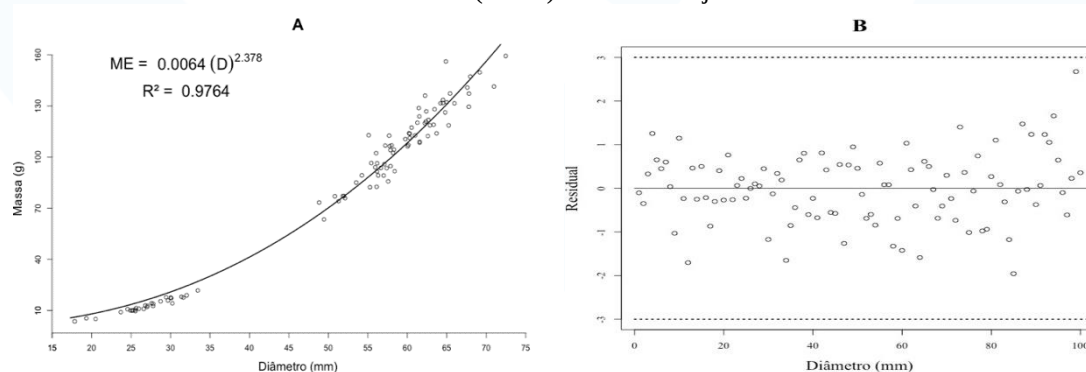
Fonte: Autores.

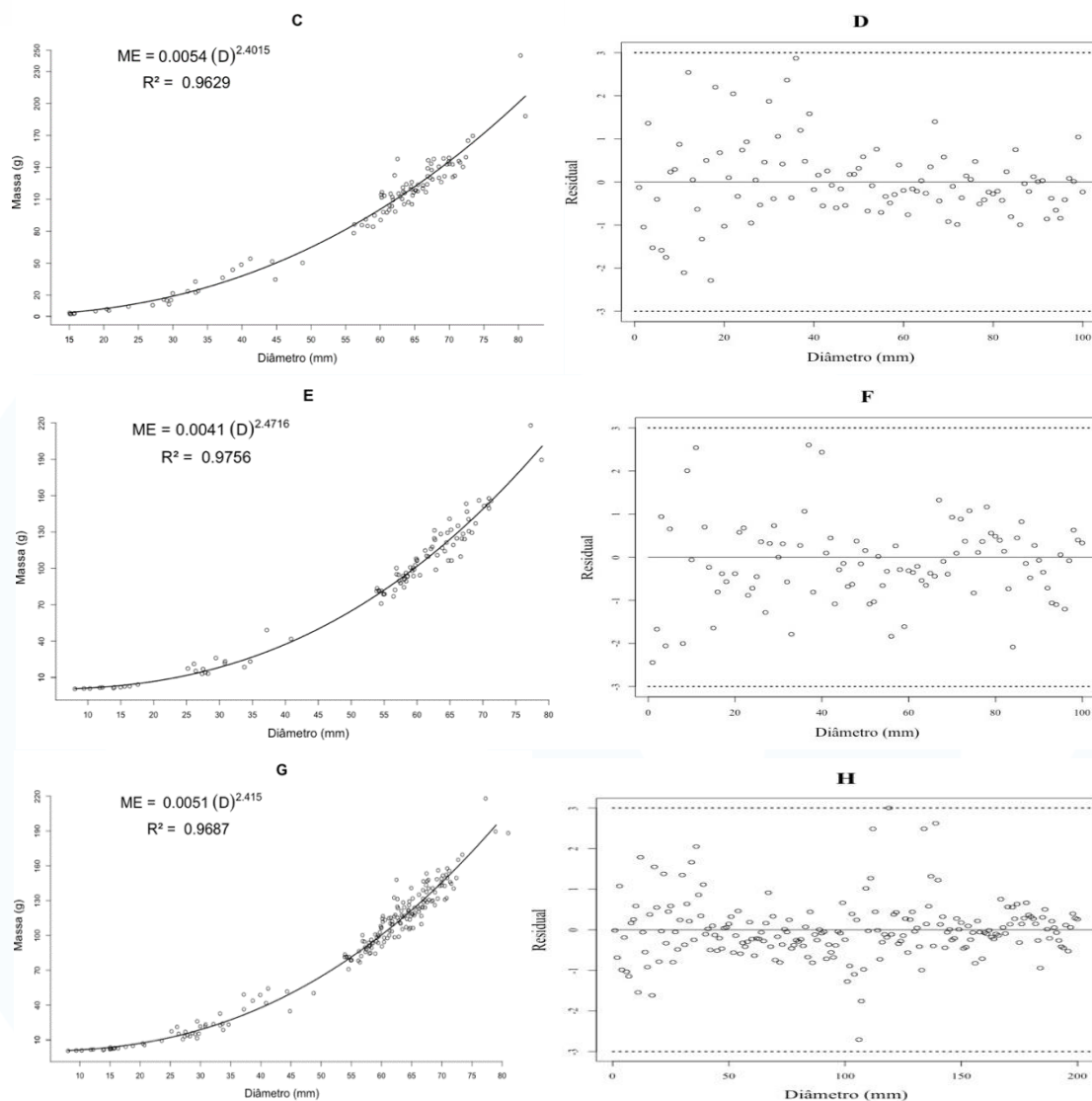
Diante dos resultados, as equações de modelo potência representadas por $ME = 0,0064(D)^{2,3780}$ (Figura 3A), $ME = 0,0054(D)^{2,4015}$ (Figura 3C) e $ME = 0,0041(D)^{2,4716}$ (Figura 3E) usando o maior diâmetro dos frutos foram as que melhor

previram individualmente a massa do frutos das cultivares Eva, Julieta e Princesa, respectivamente. Além disso, caso o objetivo do pesquisador seja estimar de forma conjunto a massa das cultivares Julieta e Princesa, a equação de modelo potência baseada no maior diâmetro representada por $ME = 0,0051(D)^{2,4150}$ (Figura 3G) pode ser usada com precisão.

Todas estas equações apresentaram homogeneidade da distribuição residual com 99,7% dos valores situados em ± 3 desvios padrões (Figura 3B, 3D, 3F e 3H) o que indica acurácia dos modelos obtidos, assim se a estimativa da massa dos frutos for repetida diversas vezes, 0,3% dos valores estimados, devido ao acaso, podem ser muito abaixo ou muito acima dos dados normais, não representando a média da populacional, já que esses valores atípicos são a menor parte da população (Almeida, 2019). Caso os dados apresentados na dispersão não tivessem esta característica, o erro padrão estimado dos coeficientes das equações seriam subestimados, levando a imprecisa estimação da massa dos frutos (Chatterjee e Hadi, 2006).

Figura 3. Equações de modelo potência ajustadas utilizando a massa observada (MO) em função do maior diâmetro, coeficiente de determinação (R^2) e dispersão residual da estimativa da massa de frutos das cultivares Eva (A e B), Julieta (C e D) e Princesa (E e F) individualmente e para as cultivares Julieta e Princesa (G e H) de forma conjunta.





Fonte: Autores.

Deve-se ressaltar, que estes modelos de equações selecionadas podem estimar com precisão a massa dos frutos das cultivares de macieira Eva, Julieta e Princesa sem a necessidade da remoção dos frutos da planta já que atenderam aos critérios estatísticos estabelecidos neste estudo. Desta forma, estas equações devem prever com exatidão os padrões de crescimento biológico dos frutos, possibilitando o seu uso no manejo dos tratos da cultura, podendo auxiliar principalmente na colheita (Cunha; Volpe, 2011), pois a cultura da macieira encontra grandes problemas relacionados a perdas pós-colheita induzida por alterações fisiológicas levando a senescência dos frutos (Amarante *et al.*,

2010). Assim, desde que não se extrapole os limites estabelecidos na regressão (Levine *et al.*, 2017) e as condições de cultivo sejam semelhantes à deste estudo, as equações propostas podem ser usadas em futura estimação da massa dos frutos de macieira das cultivares Eva, Julieta e Princesa durante todo o seu ciclo de desenvolvimento e em todas as épocas do ano.

4 CONCLUSÕES

A massa dos frutos de macieira pode ser prevista pelo modelo potência para a cultivar Eva representada pela equação $ME = 0,0064(D)^{2,3780}$, para a cultivar Julieta representada pela equação $ME = 0,0054(D)^{2,4015}$ e para a cultivar Princesa representada pela equação $ME = 0,0041(D)^{2,4716}$, de forma individual tendo como base o maior diâmetro dos frutos.

Caso seja necessário estimar de forma conjunta a massa das cultivares Julieta e Princesa, indica-se a equação de modelo potência representado por $ME = 0,0051(D)^{2,4150}$ obtido através do maior diâmetro dos frutos.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, C. O. ^[1]**Ensaios: Da amostra ao teorema do limite central: Um pouco dos fundamentos e uma aplicação prática.** Cruz das Almas, BA: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2019. 40p.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Koppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2014. DOI: 10.1127/0941-2948/2013/0507
- AMARANTE, C. V. T.; STEFFENS, C. A.; BLUM, L. E. B. Coloração do fruto, distúrbios fisiológicos e doenças em maçãs 'Gala' e 'Fuji' pulverizadas com aminoetoxivinilglicina. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 32, n. 1, p. 9-18, 2010.
- CASTELAN-ESTRADA, M., VIVIN, P.; GAUDILLERE, J.P. Allometric relationships to estimate seasonal above ground vegetative and reproductive biomass of *Vitis vinifera* L. **Annals of Botany**, v. 89, n. 4, p. 401-408, 2002. DOI: 10.1093/aob/mcf059
- CUNHA, A. R.; VOLPE, C. A. Curvas de crescimento do fruto de cafeeiro cv. Obatã IAC 1669-20 em diferentes alinhamentos de plantio. **Semina: Ciências Agrárias**, v. 32, n. 1, p. 49-62, 2011.
- CHAGAS, E. A.; CHAGAS, P. C.; PIO, R.; BETTIOL NETO, J. E.; SANCHES, J.; CARMO, S. A.; CIA, P.; PASQUAL, M.; CARVALHO, A. S. Produção e atributos de qualidade de cultivares de macieira nas condições subtropicais da região Leste paulista. **Ciência Rural**, v.42, n.10, 2012.
- CHATTERJEE, S., HADI, A.S. Regression Analysis by Example. 4.ed. Hoboken: Wiley & Sons. 2006. 375p.
- CHITARRA, M. I. F.; CHITARRA, A. B. **Pós-colheita de frutas e hortaliças: fisiologia e manuseio.** 2. ed. Lavras, MG: UFLA, 2005. 785 p.
- DAMATTA, F. M.; RONCHI, C. P.; MAESTRI, M.; BARROS, R.S. Ecophysiology of coffee growth and production. **Brazilian Journal of Plant Physiology**, v. 19, n. 4, p. 85-510, 2007.
- GROSSMAN, Y.L., DEJONG, T.M., 1995. Maximum fruit growth potential and seasonal patterns of resource dynamic during peach growth. **Annals of Botany**, v. 75, n. 6, p. 553-560, 1995. DOI: 10.1006/anbo.1995.1058
- JORQUERA-FONTENA, E.; GÉNARD, M.; RIBERA-FONSECA, A.; FRANCK, N. A simple allometric model for estimating blueberry fruit weight from diameter measurements. **Scientia Horticulturae**, v. 219, p. 131-134, 2017. DOI: 10.1016/j.scienta.2017.03.009
- LEVINE, D. M.; STEPHAN, D.F.; SZABAT, K.A. **Statistics for managers using Microsoft® Excel: global edition.** 8. ed. London: Pearson, 2017. 728p.

LOPES, P. R. C.; OLIVEIRA, I. V. M.; SARMENTO, D. H. A. Avanços na produção de frutas de clima temperado no Estado do Ceará. In: Semana internacional da fruticultura e agroindústria, 20.; AGROFLORES, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: Instituto Frutal, 2013a. 1 CD-ROM.

LOPES, P.R.C.; OLIVEIRA, I.V.M.; SILVA R.R.S.; CAVALCANTE, I.H.L. Growing Princessa apples under semiarid conditions in northeastern Brazil. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v.35, n.1, p.93-99, 2013b.

MIRANDA, C.; SANTESTEBAN, L. G.; ESCALONA, J. M.; DEHERRALDE, F.; ARANDA, X.; NADAL, M.; INTRIGLIOLO, D. S.; CASTEL, J. R.; ROYO, J. B.; MEDRANO, H. Allometric relationships for estimating vegetative and reproductive biomass in grapevine (*Vitis vinifera* L.). **Australian Journal of Grape and Wine Research**, v.23, n.3, p.441-451, 2017.

OLIVEIRA, C. P. M., SIMÕES, W. L., SILVA, J. A. B., LOPES, P. R. C., ASSIS, J. S. Quality of irrigated apples in the semiarid region of the northeast of Brazil. **Revista Caatinga**, Mossoró, v.30, n.3, 2017. DOI: 10.1590/1983-21252017v30n324rc

PIMENTEL-GOMES, F. **Curso de estatística experimental**. 15. Ed., Piracicaba: Fealq, 2009. 451p.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019. <https://www.R-project.org/>

ROJAS-LARA, P. C., PÉREZ-GRAJALES, M.; COLINAS-LEÓN, M. T. B.; SAHAGÚN-CASTELLANOS, J.; AVITIA-GARCÍA, E. Modelos matemáticos para estimar el crecimiento del fruto de chile manzano (*Capsicum pubescens* r y p). **Revista Chapingo Serie Horticultura**, v.14, n.3, p. 289-294, 2008.

SANTOS, J.P. Qualidade de frutos ensacado sem diferentes genótipos de macieira. **Ciência Rural**, v.37, n.6, p.1614-1620, 2007. DOI: 10.1590/S0103-84782007000600017.

SOUZA, G.S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não linear**. Brasília: EMBRAPA-SPI/EMBRAPA-SEA, 1998. 505p.

SPREER, W.; ONGPRASERT, S.; HEGELE, M.; WÜNSCHE, J.N.; MULLER, J. Yield and fruit development in mango (*Mangifera indica* L. cv. Chok Anan) under different irrigation regimes. **Agricultural Water Management**, v. 96, p. 574–584, 2009.

WILLMOTT, C. J. On the validation of models. **Physical Geography**, v. 2, p. 184-194, 1981.

ZUCOLOTO, M.; LIMA, J. S. S.; COELHO, R. I.; XAVIER, A. C. Modelos de regressão para estimação da massa do cacho de bananeira cv. Prata Anã, **bioscience journal**, v. 29, n. 6, p. 1997-2000, 2013.